

## Entwicklung und Anwendung von neuartigen plastischen Materialmodellen für die Finite-Elemente-Analyse

Christoph Wehmann, Frank Rieg

Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Universität Bayreuth

Universitätsstraße 30, 95447 Bayreuth

E-Mail: christoph.wehmann@uni-bayreuth.de; Internet: <http://www.lscad.de>

**Inhalt:** Die Materialmodellierung hat einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit von Finite-Elemente-Analysen. Insbesondere bei hohen Belastungen ist eine möglichst exakte Beschreibung des Materialverhaltens ausschlaggebend für die sichere Auslegung von Bauteilen und Maschinenelementen. Ein Großteil der in der Technik eingesetzten Werkstoffe verhält sich bei hohen Spannungen plastisch, d.h. es treten bleibende Deformationen auf. In dem vorliegenden Beitrag wird zunächst ein Überblick über die nach Stand der Technik vorhandenen plastischen Materialgesetze gegeben. Es erfolgt eine Erläuterung der Behandlung dieser Gesetze im Rahmen der Finite-Elemente-Analyse, wobei auf die erforderlichen Algorithmen und Elementtechniken eingegangen wird. Außerdem werden Anwendungsbeispiele beschrieben, bei denen der Einsatz plastischer Materialmodelle zu einer deutlichen Verbesserung der Abbildungsgenauigkeit führt. Anschließend werden neuartige Materialmodelle entwickelt, die eine veränderte Fließrichtung besitzen und dadurch eine entkoppelte Steuerung der plastischen Querkontraktion erlauben. Der Beitrag enthält auch eine Beschreibung der zur Lösung dieser neuartigen Materialgesetze erforderlichen Erweiterungen der Finite-Elemente-Analyse. Schließlich werden anhand eines TRIP-Stahls Anwendungsgebiete der neuartigen Plastizitätsmodelle vorgestellt.

**Abstract:** The accuracy of finite element analyses is significantly influenced by the modeling of the material behavior. Especially at high loads, an exact description of the material behavior is crucial for the safe design of parts and machine elements. Most of the materials used in technical applications behave plastically at high stresses. This means that residual strains occur. The present contribution begins with an overview over the material models belonging to the state of the art. It is explained, how the finite element analysis has to be extended for being able to capture these material models. In this context, it is referred to the required algorithms and element technologies. Furthermore, examples of applications are described in which plastic material models lead to a significant improvement of the accuracy. Afterwards, new material models are developed which have a modified flow direction and therefore, allow a decoupled control of the plastic transverse contraction. The contribution also contains a description of the solution methods suitable for solving these new material models during finite element analyses. Finally, fields of application of these models are shown at the example of a TRIP steel.

**Stichwörter:** Finite-Elemente-Analyse, Nichtlinear, Plastizität, TRIP-Stahl

**Keywords:** Finite Element Analysis, non-linear, plasticity, TRIP steel

## 1 Einleitung

Die Materialmodellierung hat einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit von Finite-Elemente-Analysen. Insbesondere bei hohen Belastungen ist eine möglichst exakte Beschreibung des Materialverhaltens ausschlaggebend für die sichere Auslegung von Bauteilen und Maschinenelementen. Ein Großteil der in der Technik eingesetzten Werkstoffe verhält sich bei hohen Spannungen plastisch, d.h. es treten bleibende Deformationen auf. Dies ist vor allem bei Metallen, aber auch bei den meisten Kunststoffen der Fall. Keramische Werkstoffe dagegen weisen keinen plastischen Bereich auf, sie versagen am Ende des elastischen Bereichs. Generell wird das Ende des elastischen Bereichs durch die Streckgrenze  $R_e$  beschrieben. Existiert keine ausgeprägte Streckgrenze, wird stattdessen die Dehngrenze  $R_{p0,2}$  herangezogen. In einem großen Teil der Anwendungen setzt der Konstrukteur diese Werkstoffkennwerte als Auslegungsgrenze ein. Bei sehr hohen Anforderungen können aber auch begrenzte plastische Deformationen zugelassen werden, um das Material besser auszunutzen.

Außerdem können konstruktionsbedingte Spannungsspitzen, z.B. in Kerben, vielfach nur sinnvoll berechnet werden, wenn auch der plastische Bereich erfasst wird. Denn lokal begrenzte Bereiche weisen bei vergleichsweise niedrigen Belastungen mitunter schon plastische Deformationen auf, die für das globale Verhalten des Bauteils unerheblich sind. Wird in diesen Fällen das plastische Materialverhalten nicht mit modelliert, ergeben sich sehr hohe Spannungen, die bei konventioneller Auslegung zu einer unnötig massiven Konstruktion führen.

Schließlich müssen plastische Materialmodelle mit Versuchsdaten verifiziert werden, um eine präzise Spannungs- und Verschiebungsberechnung zu gewährleisten. Je nach Werkstoff treten dabei Besonderheiten auf, die nicht mit allen Modellen erfasst werden können. Im Folgenden werden zunächst die nach Stand der Technik vorhandenen Modelle aufgeführt und hinsichtlich ihrer Anwendungsgebiete spezifiziert. Anschließend erfolgt die Entwicklung eines neuartigen Plastizitätsmodells und dessen Anwendung auf einen TRIP-Stahl.

## 2 Stand der Technik von plastischen Materialmodellen

Erste Überlegungen zum Beginn des plastischen Fließens wurden 1864 von Tresca angestellt. Tresca's Spannungshypothese geht davon aus, dass das plastische Fließen beginnt, sobald die maximale Schubspannung einen kritischen Wert übersteigt. Entsprechend lässt sich eine Fließfunktion  $f$  definieren, mit deren Hilfe der Beginn des plastischen Fließens berechnet werden kann. Es gilt:

$$f(\sigma) = \tau_{max} - k_f \quad (1)$$

Darin ist  $k_f$  die Fließspannung, die zu Beginn des plastischen Fließens mit der Streckgrenze übereinstimmt. Sind die Spannungen gering, so dass  $f < 0$  gilt, liegt elastisches Materialverhalten vor. Steigen die Spannungen bis der Fall  $f = 0$  eintritt, kommt es zu plastischen Verformungen. Die Formulierung von  $f$  als Funktion der Hauptspannungen erlaubt die Darstellung der Fließbedingung  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$  als Fläche im Raum. Bei der Fließbedingung von Tresca ergibt sich als Fläche ein Prisma mit sechseckiger Grundfläche. Die Mittelachse ist die Raumdiagonale im  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  –Diagramm, die auch hydrostatische Achse genannt wird. Da die mathematische Behandlung der sechseckigen Fließfläche bei Tresca schwierig ist, schlug von Mises vor, den umschreibenden Kreis zu verwenden [1]. Daraus ergibt sich als Fließfläche die Mantelfläche eines Zylinders, dessen Mittelachse wieder die hydrostatische Achse ist. Die Fließfunktion nach von Mises ist nachfolgend dargestellt.

$$f(\sigma) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\sigma_{ij} - p \delta_{ij}) (\sigma_{ij} - p \delta_{ij})} - \sqrt{\frac{2}{3}} k_f \quad (2)$$

Darin sind  $p = 1/3 (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$  der hydrostatische Druck und  $\delta_{ij}$  das Kronecker-Symbol. Der Vorfaktor  $\sqrt{2/3}$  wird hier eingefügt, um die Ableitungen der Fließfunktion kompakter schreiben zu können. Der Ausdruck in den Klammern von Gleichung (2) entspricht den Deviatorspannungen  $s_{ij}$ , somit ist die Fließbedingung nach von Mises allein von diesen abhängig. Es gilt  $f = f(s) \neq f(p)$  und dies bedeutet, dass das plastische Fließen unabhängig vom hydrostatischen Druck ist.

Die meisten Metalle zeigen beim plastischen Fließen keine Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck. Ausnahmen bilden z.B. poröse Sintermetalle oder Anwendungsfälle mit sehr hohen hydrostatischen Spannungen. Für diese Fälle existiert die Fließbedingung von

Drucker und Prager, die eine Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck aufweist [2]. Weitere Plastizitätsmodelle wie beispielsweise das Modell von Hill [3] und das von Barlat [4] sind in der Lage, Anisotropien bei der plastischen Verformung zu erfassen. Solche Anisotropien treten aufgrund des Walzprozesses bei Blechwerkstoffen auf. Schließlich existieren Modelle, die zusätzlich zu den plastischen Werkstoffeigenschaften auch viskose Eigenschaften berücksichtigen können. Becker und Hackenberg haben ein solches viskoplastisches Gesetz aufgestellt, welches sich besonders für Hochtemperaturanwendungen eignet [5].

Insgesamt sind mit der Fließbedingung drei Gesetze erforderlich, um ein Plastizitätsmodell für die Finite-Elemente-Analyse zu definieren [6]:

- Fließbedingung
- Verfestigungsgesetz
- Fließregel

Hinsichtlich des Verfestigungsgesetzes sind nach Stand der Technik ebenfalls verschiedene Möglichkeiten bekannt. Die einfachste Variante ist die ideal-plastische Verfestigung, bei der sich die Fließgrenze nicht ändert. Das bedeutet, die Spannung steigt mit zunehmender Dehnung entlang der Hooke'schen Geraden und bleibt ab der Fließgrenze auch bei zunehmender Dehnung konstant. Des Weiteren besteht die Möglichkeit, einen bilinearen Ansatz zu verwenden. Dabei nimmt die Spannung oberhalb der Fließgrenze linear, mit einer anderen (geringeren) Steigung zu. Eine Weiterentwicklung dieses Modells ist die multi-lineare oder nichtlineare Verfestigung, bei der ein beliebiger Spannungs-Dehnungs-Verlauf vorgegeben werden kann.

Daneben gibt es Verfestigungsgesetze für anisotrope Verfestigung, die verschiedenen Materialrichtungen verschiedene Verfestigungseigenschaften zuweisen und Gesetze für kinematische Verfestigung, die eine Erfassung von Zug-Druck-Asymmetrien ermöglichen.

Während für die Fließbedingung und das Verfestigungsgesetz verschiedene Möglichkeiten bekannt und erforscht sind, existiert für die Fließregel nach Stand der Technik nur ein Gesetz: das Orthogonalitätsprinzip. Bei diesem Gesetz steht die Fließrichtung immer senkrecht auf der Fließfläche [7]. Im vorliegenden Beitrag werden Modelle vorgestellt, die eine entkoppelte, parameterdefinierte Fließrichtung besitzen, welche nicht zwingend immer senkrecht zur Fließfläche stehen muss.

### 3 Numerische Behandlung von Plastizität und Anwendungen

Plastisches Materialverhalten erfordert die Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems. Daher ist der numerische Aufwand bei einer plastischen Berechnung ungleich höher als bei einer elastischen Berechnung. Im Folgenden wird auf die Besonderheiten bei der FEA eingegangen, die bei Vorliegen von Plastizität auftreten. Außerdem werden Anwendungsbeispiele plastischer Berechnungen behandelt.

#### 3.1 Finite-Elemente-Techniken bei Plastizität

Ein grundlegender Unterschied zwischen Elastizität und Plastizität besteht darin, dass bei Plastizität zwei Dehnungen anstatt einer vorliegen: eine elastische Dehnung und eine plastische Dehnung. Bei kleinen Dehnungen ergeben sich die Gesamtdehnungen  $\varepsilon$  durch Addition elastischer und plastischer Dehnungen.

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \quad (3)$$

Während bei der elastischen FEA die elastischen Dehnungen mit Hilfe der B-Matrix und der Verschiebungen berechnet werden können, lassen sich bei der plastischen Analyse die Gesamtdehnungen über B-Matrix und Verschiebungen berechnen.

$$\varepsilon = B u \quad (4)$$

Für plastische FE-Berechnungen muss die B-Matrix jedoch neu entwickelt werden. Die Begründung dafür liegt in der Inkompressibilität der plastischen Verformung bei Modellen wie z.B. der Fließbedingung nach von Mises. Hier bewirkt die plastische Verformung keine Volumenveränderung. Es lässt sich zeigen, dass die in der elastischen FEA eingesetzten, finiten Elemente diese Inkompressibilitätsbedingung nicht im gesamten Element erfüllen. Am Beispiel eines 8-Knoten-Hexaeders leiten Zhu & Cescotto diese Erkenntnis detailliert her [8]. Werden die Elemente der elastischen FEA trotzdem verwendet, treten sogenannte „Locking-Effekte“ auf und die Struktur verhält sich unrealistisch steif. Zur Lösung der Problematik existieren verschiedene Möglichkeiten. Dazu gehören:

- Reduktion der Integration
- „Enhanced Strain-Elemente“
- die „B-Bar Method“

Die Verwendung einer reduzierten Integration ist eine sehr einfache Lösung. Bei einem 8-Knoten-Hexaeder würde dies bedeuten, anstatt von acht Integrationspunkten nur einen Integrationspunkt zu verwenden [8]. Dies wäre auch sehr vorteilhaft für die Rechenzeit, da die Berechnung der Elementmatrizen und der inneren Kräfte sehr viel schneller abläufe. Jedoch zeigen Zhu & Cescotto in [8], dass dadurch ein Rangabfall der B-Matrix auftritt und somit kein reguläres Gleichungssystem bestimmt wird. Wird dieses Vorgehen trotzdem angewandt, entstehen unrealistische Verformungsbilder, die die Form von Stundengläsern haben. Die entsprechenden Verformungsmoden werden daher als „Hourglass-Moden“ bezeichnet [8]. Es gibt die Möglichkeit, zur Vermeidung des Hourglass-Effekts die B-Matrix zu modifizieren. Darauf soll jedoch hier nicht weiter eingegangen werden, näheres dazu findet sich bei Zhu & Cescotto.

Die zweite Möglichkeit, die Verwendung von Enhanced Strain-Elementen, beruht auf der Verwendung des Variationsprinzips von Hu und Washizu und führt auf Hybridelemente, die neben Verschiebungen auch Spannungen und Dehnungen interpolieren [9]. Deren Elementformulierung ist allerdings sehr aufwendig und wird an dieser Stelle nicht weiter betrachtet, denn es existiert eine weitere Elementtechnik mit der gleichen Performance, die deutlich kompakter ist: die B-Bar Method von Simo und Hughes.

Die folgenden Ausführungen zur B-Bar Method basieren auf [10]. Die Methode beruht auch auf dem Hu-Washizu-Prinzip, verwendet aber spezielle Interpolationen von Spannungen und Dehnungen. Es werden lediglich der hydrostatische Druck  $p$  und die Volumendehnung (Dilatation)  $\theta$  interpoliert. Simo und Hughes gewinnen durch ihr Vorgehen die nachstehende Matrizengleichung.

$$\iiint_V \bar{\mathbf{B}}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \mathbf{F} \quad (5)$$

Diese besitzt die gleiche Form wie bei der elastischen FEA. Dies erwies sich als sehr vorteilhaft für die Implementation der entsprechenden finiten Elemente in das FE-System Z88 / Z88Aurora, mit welchem die vorliegenden Untersuchungen durchgeführt wurden. So konnte auf Programmstruktur von Z88, die in [11] detailliert beschrieben ist, weitestgehend zurückgegriffen werden. In Gleichung (5) ist  $\bar{\mathbf{B}}$  die modifizierte B-Matrix, der Querstrich ist Namensgeber der Methode. Die B-Matrix setzt sich dabei gemäß Gleichung (6) aus einem isochoren und einem volumetrischen Anteil zusammen.

$$\bar{\mathbf{B}}^T = \mathbf{B}_{iso}^T + \bar{\mathbf{B}}_{vol}^T \quad (6)$$

Der isochore Anteil wird über die Verschiebungsinterpolation berechnet, der volumetrische Anteil über die Interpolation der Spannungen und Dehnungen. Das nichtlineare Gleichungssystem (5) kann mit dem Newton-Raphson-Verfahren gelöst werden. Auch hier kann auf die Strukturen von Z88 zurückgegriffen werden. Denn der in Z88Aurora V2 integrierte, nichtlineare Gleichungslöser Z88NL arbeitet unter anderem mit dem Newton-Raphson-Verfahren [11]. Die hier beschriebene B-Bar Method wird zur Zeit in die neue Version Z88Aurora V3 implementiert, die als nächstes im Internet verfügbar sein wird [12].

Für das Newton-Raphson-Verfahren ergibt sich das nachstehende, linearisierte Gleichungssystem.

$$\mathbf{K}_{T(i)} \Delta \mathbf{u}_{(i+1)} = \mathbf{F} - \mathbf{I}_{(i)} \quad (7)$$

Hier sind  $\mathbf{K}_T$  die Tangentenmatrix,  $\Delta \mathbf{u}$  das Verschiebungsinkrement für den Iterationsschritt  $(i + 1)$ ,  $\mathbf{F}$  die äußeren Lasten und  $\mathbf{I}$  die inneren Kräfte. Schließlich kann mit (8) die Tangentenmatrix berechnet werden.

$$\mathbf{K}_T = \iiint_V \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{C} \bar{\mathbf{B}} dV \quad (8)$$

Hier tritt zusätzlich die Materialmatrix  $\mathbf{C}$  auf. Finite Elemente auf Basis der B-Bar Method sind frei von Locking- und Hourglass-Effekten und sind aufgrund der vielen Analogien zur elastischen FEA ideal in ein bestehendes FE-System zu implementieren. Im Folgenden werden zwei auf diesem Weg entwickelte Elemente für verschiedene Anwendungen herangezogen. Es handelt sich dabei um ein 10-Knoten-Tetraeder und ein 8-Knoten-Hexaeder.

### 3.2 Anwendungen

Plastisches Materialverhalten tritt bei hohen Beanspruchungen auf, es wird daher in hoch belasteten Anwendungen und für die Analyse von Schadensfällen herangezogen. Typisches Beispiel für Schadensfälle sind Crash-Simulationen. Weitere allgemeine Anwendungsfelder sind Umform- und Zerspanungssimulationen.

Der Fall hoher Beanspruchungen wurde in [13] und [14] am Beispiel von Dehnschrauben untersucht. Hier konnte durch Erfassung des plastischen Materialverhaltens eine

deutliche Steigerung der Lastkapazität von Dehnschrauben erreicht werden. Eine Kenntnis der Fließkurve vorausgesetzt, können so zusätzliche Reserven genutzt werden.

Die Fließkurve kann aus der Spannungs-Dehnungs-Kurve gewonnen werden, indem die Spannung über der plastischen Dehnung anstatt über der Gesamtdehnung aufgetragen wird. Diese Kurve ist neben den elastischen Werkstoffparametern, E-Modul und Querkontraktionszahl, an das FE-System zu übergeben. Abbildung 1 zeigt den Eingabedialog für plastische Werkstoffdaten in Z88Aurora V3.

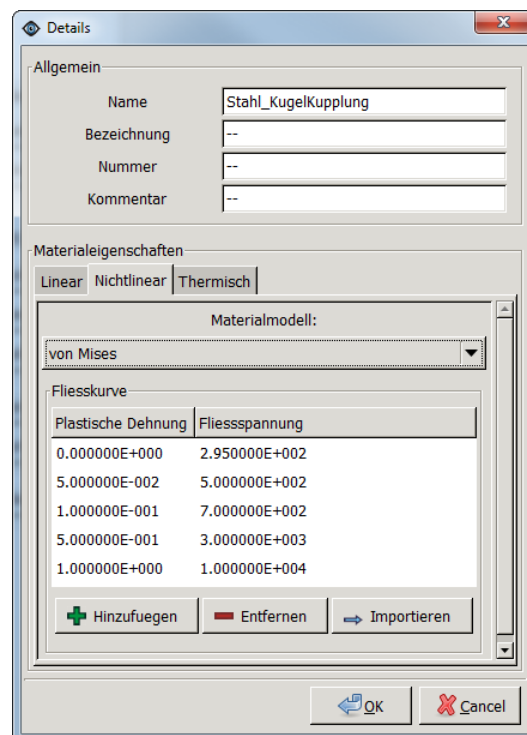


Abbildung 1: Eingabe der Fließkurve in Z88Aurora V3 (Entwicklungsversion)

Die plastische Dehnung ist dimensionlos, d.h. der Wert 0.05 beispielsweise entspricht 5 % plastischer Dehnung. Die Einheit der Spannung ist  $N/mm^2$ . Die gezeigten Werte werden für das nächste Anwendungsbeispiel herangezogen, welches mit Z88Aurora V3 einmal elastisch und einmal plastisch berechnet wurde. Es soll der Überlastfall einer Kugelpkupplung aus der Landtechnik betrachtet werden. Es handelt sich um die in Abbildung 2 gezeigte Kupplung, die an einem Traktor montiert ist und zum Ankuppeln von Starr-Deichselanhängern mit hoher Stützlast dient. Dies können beispielsweise Häckselwagen, Mulden oder Silierwagen sein.





Abbildung 2: Kugelkupplung an einem Traktor

Als Lastfall wird eine extreme Überlastung betrachtet, bei der 10 t Stützlast wirken und 6 t Zuglast. Solche Lasten können bei Überladung auftreten, wenn der Anhänger steil bergauf gezogen wird.

Abbildung 3 zeigt die Ergebnisse der elastischen Berechnung, dargestellt sind die Spannungen pro Element. Es ist zu sehen, dass eine maximale Elementspannung von  $370 \text{ N/mm}^2$  auftritt. Die maximale Gaußpunktspannung beträgt sogar  $495 \text{ N/mm}^2$ . Da die Elementspannungen Mittelwerte aus den Gaußpunktspannungen darstellen, ist die maximale Elementspannung geringer als die maximale Gaußpunktspannung. Wird beispielhaft als Material ein Maschinenbaustahl E295 angenommen, liegt die Spannung bereits deutlich über der Streckgrenze und ein Versagen müsste angenommen werden.

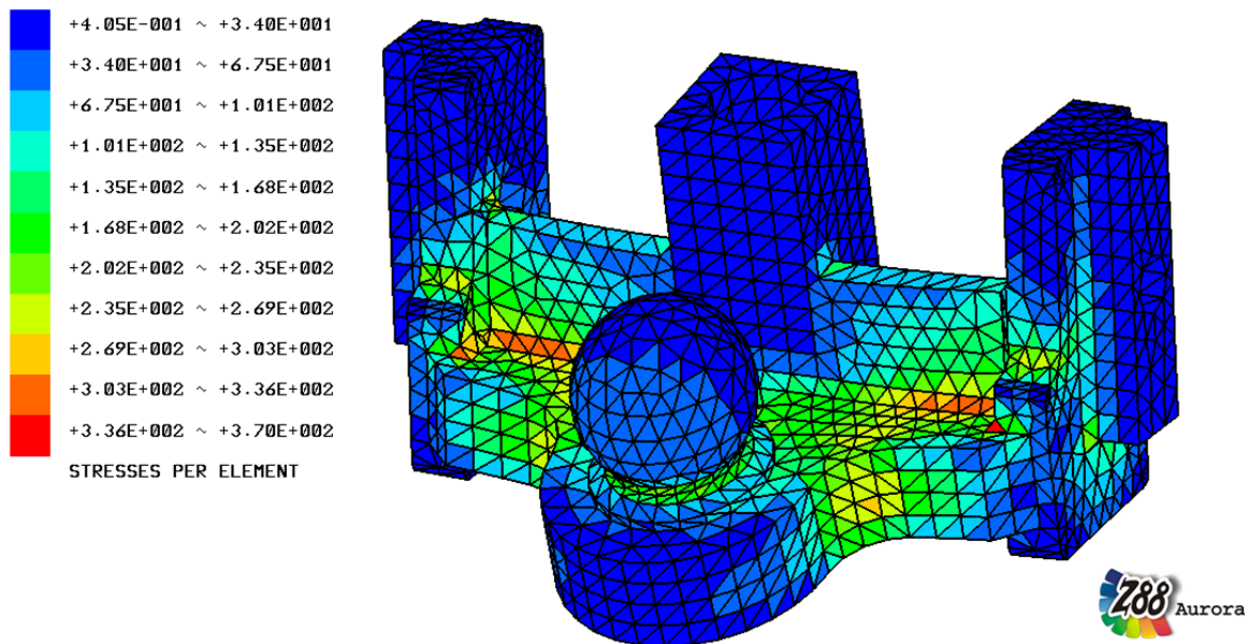


Abbildung 3: Ergebnis der Spannungsberechnung, dargestellt in Z88Aurora

Wie in Abbildung 3 zu sehen ist, treten die Maximalspannungen sehr lokal begrenzt auf. Dies bedeutet, es wird hier auch nur lokal begrenzt zu plastischen Deformationen kommen. Die plastische Berechnung mit Z88Aurora V3 liefert für die gleiche Belastung eine Maximalspannung von lediglich  $305 \text{ N/mm}^2$ , d.h. der Wert liegt zwar knapp über der Streckgrenze, aber deutlich unterhalb der Zugfestigkeit. Dies zeigt, dass auch nur sehr geringe plastische Deformationen auftreten. Die Verfestigung sorgt hier für eine gewisse Reduktion der Spannung. Der Hauptteil der Reduktion tritt aber auf, weil die plastische Verformung dafür sorgt, dass Bereiche um die Maximalspannung höher beansprucht werden. Es kommt sozusagen zu einer „harmonischeren“ Verteilung der hohen Spannungen. Dieses Beispiel belegt, dass eine plastische Berechnung deutlich realistischere Spannungsergebnisse liefert, denn die betrachtete Kugelkupplung ist im praktischen Einsatz und versagt auch bei solch hohen, tatsächlich auftretenden Lasten nicht.

Schließlich soll in den nächsten Kapiteln ein Beispiel mit speziellen Materialien (TRIP-Stählen) betrachtet werden. Solche Stähle werden z.B. für Karosseriebleche genutzt.

## 4 Entwicklung neuartiger Plastizitätsmodelle

In Kapitel 2 wurde aufgezeigt, dass die nach Stand der Technik verfügbaren Materialmodelle stets eine Fließrichtung senkrecht zur Fließfläche besitzen. Die Fließrichtung  $n$

gibt nach Gleichung (9) an, in welche Richtung der Vektor der plastischen Dehnungen zeigt.

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{pl} = d\gamma \mathbf{n} \quad (9)$$

Abbildung 4 zeigt die klassische Fließrichtung, die senkrecht auf der Fließfläche steht, sowie die Fließrichtung eines neuartigen Plastizitätsmodells, welches in [14] entwickelt wurde. Die nachfolgenden Ausführungen zu diesem Modell und weiteren, neuartigen Plastizitätsmodellen basieren auf [14]. Bei dem Modell Plastizität mit parameterdefinierter Fließrichtung (PdF-Modell) kann die Fließrichtung über einen Materialparameter ( $w$ ) beliebig eingestellt werden.

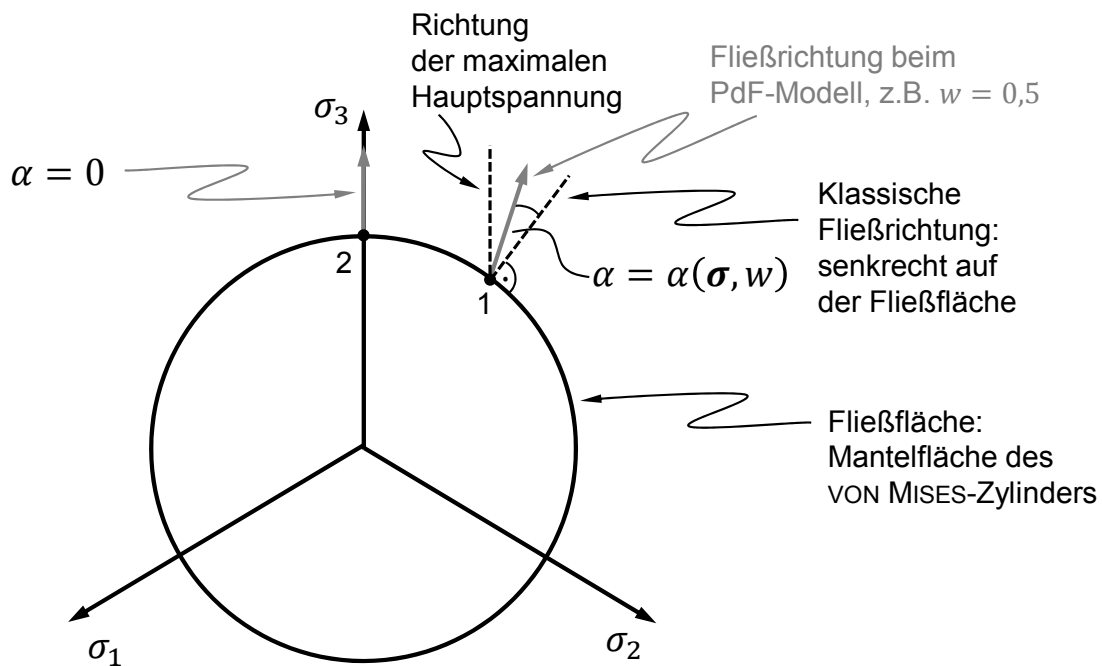


Abbildung 4: Fließrichtung beim PdF-Modell [14]

Die Gleichung für die Fließrichtung beim PdF-Modell ist in (10) zu sehen.

$$\mathbf{n}^{PdF} = \frac{s_I \mathbf{g}_I \mathbf{g}_I^T + w (\mathbf{s} - s_I \mathbf{g}_I \mathbf{g}_I^T)}{\|\mathbf{s}^{PdF}\|} \quad (10)$$

Darin sind  $s_I$  die größte Deviatorhauptspannung,  $\mathbf{g}_I$  die Hauptspannungsrichtung der größten Deviatorhauptspannung und  $\|\mathbf{s}^{PdF}\|$  der Betrag des Zählers. Eine Abwandlung des Modells ist das Modell Plastizität mit paralleler Fließrichtung (PpF-Modell), bei dem der Spezialfall von (10) mit  $w = 0$  eingesetzt wird. Mit Hilfe dieser Modelle wird im nächsten Kapitel ein TRIP-Stahl berechnet.

## 5 Anwendung der Modelle auf einen TRIP-Stahl

Im Folgenden werden Simulationsergebnisse gezeigt, die mit den neuartigen Plastizitätsmodellen aus Kapitel 4 bzw. [14] erhalten wurden. Berechnet wurde ein Zugversuch, wobei die Simulationen auf dem 8-Knoten-Hexaeder basieren. Es erfolgt ein Abgleich mit experimentellen Daten, die [15] entnommen sind. Abbildung 5 zeigt die Ergebnisse.

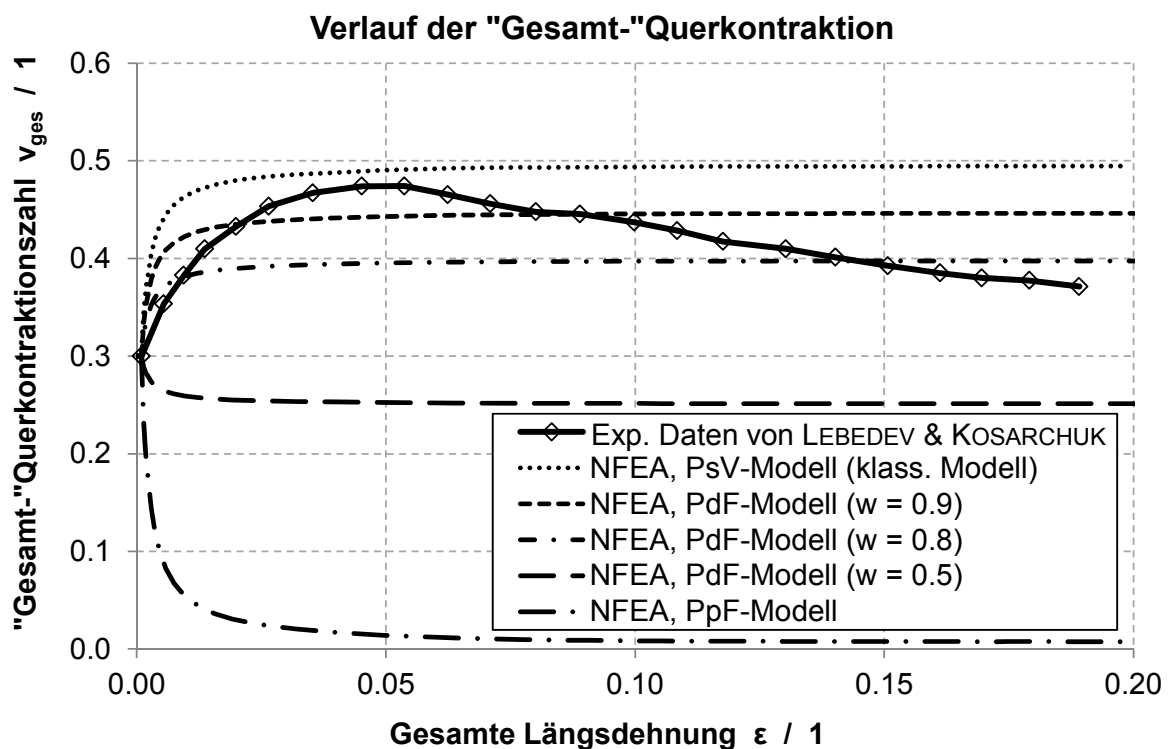


Abbildung 5: Ergebnisse der neuartigen Plastizitätsmodelle [14]

Es wird deutlich, dass die Querkontraktion im Zugversuch mit dem PdF-Modell besser erfasst werden kann als mit dem klassischen Modell, bei welchem die Fließrichtung stets senkrecht auf der Fließrichtung steht. Jedoch kann das Abfallen bei hohen Dehnungen auch mit dem PdF- und dem PpF-Modell nicht vorhergesagt werden. Daher wurde in [14] ein weiteres Modell entwickelt, das einen variablen Fließrichtungsparameter zulässt (PdFv-Modell). Abbildung 6 zeigt, dass dadurch der Verlauf exakt erfasst werden kann.

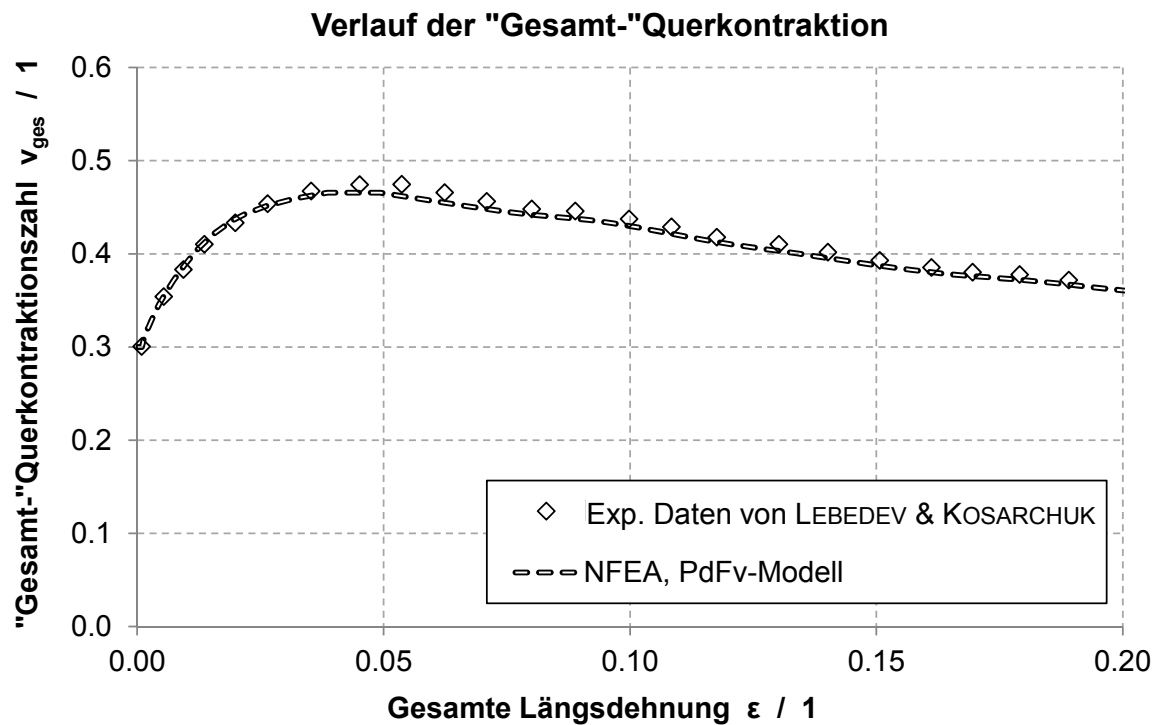


Abbildung 6: Ergebnisse bei variablem Parameter [14]

## 6 Fazit und Ausblick

Es wurde ein Überblick über plastische Materialmodelle gegeben, die nach Stand der Technik vorhanden sind. Deren Einbettung in ein FE-System wurde skizziert und ein Überblick über Anwendungsbereiche wurde gegeben. Der Beitrag enthält die konkrete Betrachtung eines Anwendungsbeispiels aus der Landtechnik. Hier konnte gezeigt werden, dass die plastische Berechnung zu genaueren Spannungsergebnissen bei Überlastfällen führt. Außerdem wurden Ergebnisse von neuartigen Plastizitätsmodellen vorgestellt, die in die aktuelle Entwicklungsversion Z88Aurora V3 integriert wurden. Anhand eines TRIP-Stahls konnte ein Anwendungsbereich dieser Modelle aufgezeigt werden, bei dem eine deutliche Verbesserung der Abbildungsgenauigkeit erreicht wird. Ein Ausblick ist die Weiterentwicklung dieser Modelle, z.B. zur Erfassung von Anisotropien.

## Literatur

- [1] Mises, R. E. v.: *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*. Nachrichten der Königlich-Gesellschaft der Wissenschaften, S. 582-592, 1913
- [2] Drucker, D. C.; Prager, W.: *Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design*. Quarterly of Applied Mathematics. Bd. 10, S. 157-165, 1952
- [3] Hill, R.: *A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals*. Proceedings of the Royal Society of London, Bd. 193, S. 281-297, 1948
- [4] Barlat, F., Lege, D. J., Brem. J. C.: *A six-component yield function for anisotropic materials*. Int. J. Plasticity 7, Pages 693-712, 1991
- [5] Becker, M.; Hackenberg, H.-P.: A constitutive model for rate dependent and rate independent inelasticity. Application to IN718. International Journal of Plasticity, Bd. 27, S. 596-619, 2011
- [6] Bathe, K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden. Aus dem Englischen übersetzt von P. Zimmermann*. 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u.a., ISBN 3-540-66806-3, 2002
- [7] Zienkiewicz, O. C.: *Methode der Finiten Elemente*. Deutsche Übersetzung der englischsprachigen, 3. Auflage von 1977, übersetzt von Beyreuther, J.; Müller, E.; Schumann, M.; 2. Auflage, Carl Hanser Verlag, München, 1984
- [8] Zhu, Y. Y.; Cescotto, S.: Unified and mixed formulation of the 8-node hexahedral elements by assumed strain method. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Bd. 129, S. 177-209, 1996
- [9] Wriggers, P.: *Nichtlineare Finite-Element-Methoden*. Springer Verlag, Berlin u.a., 2001
- [10] Simo, J. C.; Hughes, T. J. R.: *Computational Inelasticity*. Springer Verlag, New York u.a., 1998
- [11] Rieg, F.; Hackenschmidt, R.; Alber-Laukant, B.: *Finite Elemente Analyse für Ingenieure*. 4. Auflage, Carl Hanser Verlag, München, Wien, 2012
- [12] Rieg, F.: *www.z88.de. Homepage des Finite-Elemente-Systems Z88*. Bayreuth, 2014
- [13] Wehmann, C.; Nützel, F.; Rieg, F.: *Auslegung von Dehnschrauben bei plastischem Materialverhalten unter Einsatz der Finite Elemente Analyse*. 10. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik 2012, Dresden, 14. Juni 2012, S. 315-331, 2012
- [14] C. Wehmann: *Nichtlineare Finite-Elemente-Analyse für Berechnungen im Maschinenbau. Geometrische Nichtlinearitäten und plastisches Materialverhalten ausgewählter Maschinenelemente*. Dissertation Universität Bayreuth, Shaker Verlag, Aachen, ISBN 978-3-8440-3063-1, 2014
- [15] Lebedev, A. A.; Kosarchuk, V. V.: *Influence of phase transformations on the mechanical properties of austenitic stainless steels*. International Journal of Plasticity, Bd. 16, S. 749-767, 2000